

Matematika
emelt szintű érettségi előkészítő
11-12. évfolyam
heti 2+2 órás

A matematika helyi tantervnek ez a fejezete a gimnázium azon tanulóinak szól, akik matematikából emelt szintű képzést választottak a 11. és 12. évfolyamon, de előtte a matematikát alap óraszámban tanulták. A tananyag összeállításánál azt feltételezzük, hogy az átlagosnál jobb képességű, érdeklődőbb tanulók választják ezt a képzést, akiknek matematikával kapcsolatos továbbtanulási szándékuk van. A normál osztályokéhoz képest a kiegészítő elemek kerülnek a tananyagba a 9-12. évfolyam tananyagából.

Olyan tananyagelemeket is szerepeltetünk ezeken az évfolyamokon, amelyek elmélyítik és magabiztosabbá teszik a tanulók ismereteit, kitekintést nyújtanak egy-egy témakör szélesebb körű alkalmazásaira, és felkészítik a tanulókat az emelt szintű érettségire.

11. évfolyam
Évi 72 óra, heti 2 óra

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre és ismétlésre 11 órát terveztünk

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok Halmazok, ponthalmazok	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Véges és végtelen halmazok. Halmazműveletek véges halmazokon. Komplementer halmaz. Halmazábra. Számhalmazok, ponthalmazok. Logika, logikai műveletek. Binomiális együtthatók. Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszámok összege és az élek száma közötti összefüggés. Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése. Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Halmazműveletek ismétlése. A fogalmak ismétlése, alkalmazása több halmazra. Pontos definíciók, jelölések használata A halmazműveletek tulajdonságai. Halmazok számossága. Halmazok ekvivalenciája. Végtelen és véges halmazok. Megszámlálható és nem megszámlálható halmazok. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor, Hilbert, Gödel. n elemű halmaz részhalmazainak a száma.		<i>Informatika:</i> könyvtárszerkezet a számítógépen; adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> rendszertan.
Logika. Rendszerező ismétlés feladatokon keresztül. A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése. Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata. <i>Matematikatörténet:</i> Pólya György, George Boole.		

<p>A matematika felépítése. Fogalmak, alapfogalmak, axiómák, tételek, sejtések. Műveletek a matematikában. Műveleti tulajdonságok. Relációk a matematikában és a mindennapi életben. Relációtulajdonságok. Bizonyítási módszerek áttekintése. Direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv, teljes indukció. Tételek megfordítása.</p>		<p><i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Állítások igazolásának szükségessége.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Permutáció, variáció, kombináció, művelet, reláció, binomiális együttható.</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>2. Számelmélet, algebra 2.1. Valós számok</p>	<p>Órakeret 7 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejből, írásban, számológéppel. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai. Számok normálalakja. Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Racionális kitevőjű hatványok. A logaritmus fogalma. A logaritmus azonosságai.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Számkörbővítés elveinek megértése, a valós számok halmazának ismerete. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Indirekt bizonyítási módszer alkalmazása. Absztrakciós készség fejlesztése.</p>	
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Számhalmazok. Számhalmazok bővítésének szükségessége a természetes számoktól a valós számokig. <i>Matematikatörténet:</i> Georg Cantor. Számhalmazok: – természetes számok, – egész számok, – racionális számok, – irracionális számok, – valós számok. Mely műveletek nem vezetnek ki az egyes számhalmazokból? Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. A valós számok és a számegyenes kapcsolata.</p>		
<p>Négyzetgyök és azonosságainak ismétlése, \sqrt{n} irracionális, ha n nem négyzetszám. Indirekt bizonyítás. Bevitel a gyökjel alá. Kivétel a gyökjel alól. Nevező gyöktelenítése.</p>		
<p>Az n-edik gyök fogalma. A gyökvonás azonosságai. Páros és páratlan gyökkitevő. Bevitel a gyökjel alá. Kivétel a gyökjel alól.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás.</p>

<p>A racionális kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismétlése. A permanencia-elv. Számolás racionális kitevőjű hatványokkal, gyökös kifejezésekkel. Irracionális szám kétoldali közelítése racionális számokkal. A hatványfogalom kiterjesztése irracionális számra.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás. <i>Fizika:</i> radioaktivitás.</p>
<p>A logaritmus és azonosságai, bizonyítások. (Szorzat, hányados, hatvány logaritmus, áttérés más alapú logaritmusra.) Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kitérítéssel alkalmazásánál. A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására. <i>Matematikatörténet:</i> Napier, Kepler. A logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat.k</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Valós szám, normálalak, négyzetgyök, n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.2. Algebrai kifejezések használata	Órakeret 4 óra
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Algebrai kifejezések. Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések.</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i> mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.</p>
<p>Nevezetes azonosságok: $a^n - b^n$, $a^{2n+1} + b^{2n+1}$. Utalás $(a + b)^n$ kiszámításra Pascal-háromszög segítségével. Geometria: azonosságok „rajzos” igazolása.</p>		
<p>Azonos átalakítások. Szorzattá alakítás különböző módszerei. Algebrai törtekkel végzett műveletek. Algebrai tört egyszerűsítése, összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse. <i>Matematikatörténet:</i> algebra – Al-Hvarizmi.</p>		
<p>Számtani, mértani, négyzetes és harmonikus közép, a köztük lévő egyenlőtlenség. Algebrai bizonyítás két változóra.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.3. Oszthatóság	Órakeret 4 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Oszthatósági szabályok.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábbi években szerzett ismeretek elmélyítése, bővítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Az oszthatósági szabályok rendszerezése. Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban. Teljes indukció alkalmazása oszthatósági feladatokban.		
Végtelen sok prímszám van. Osztok számának meghatározása a prímtényező felbontásból. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz, Eratoszthenész, Euler, Fermat.		<i>Informatika:</i> nagy prímek szerepe a titkosításban.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Osztó, többszörös, prím, prímtényező felbontás, a számelmélet alaptétele, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.4. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása. A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet. Egyszerű exponenciális egyenletek. Egyszerű logaritmusos egyenletek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata. Az önellenőrzés képességének fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Elsőfokú egyenletek: Alaphalmaz, megoldáshalmaz, igazsághalmaz. Ekvivalens átalakítások. Elsőfokú paraméteres egyenletek. Egyenletek grafikus megoldása.		<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése, egyenletek rendezése.
Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. A korábban tanult módszerek elmélyítése. További módszerek szöveges feladatok megoldására. Példák egyenlet nélküli megoldási módszerekre.		<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> oldatok összetétele.
Törtes egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány vizsgálata, hamis gyök. Mikor lesz egy tört értéke nulla, pozitív, negatív?		
Több abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenlőtlenségek. Algebrai és grafikus megoldás.		<i>Fizika:</i> a mérés hibája.
Elsőfokú egyenletrendszerek. Egyenletrendszerek grafikus megoldása. Behelyettesítő módszer. Egyenlő együtthatók módszere. Új ismeretlen bevezetése. Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
Elsőfokú egyenlőtlenségek. Egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer.		

Másodfokú egyenletek. A megoldóképlet levezetése. A másodfokú egyenlet diszkriminánsa. Diszkusszió. Önellenőrzés. Gyöktényezős alak, Viete-formulák. Másodfokúra visszavezethető egyenletek. Új ismeretlen bevezetése. <i>Matematikatörténet:</i> magasabb fokú egyenletek megoldhatósága. Cardano, Galois, Abel.	<i>Fizika:</i> fizikai tartalmú minimum- és maximumproblémák. <i>Filozófia:</i> egy adott rendszeren belül megoldhatatlan problémák létezése.
Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.
Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával. Többféle megoldási módszer összevetése.	
Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben.	<i>Fizika:</i> ütközések.
Gyökös egyenletek. Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. Hamisgyök, gyökvesztés. Önellenőrzés képességének fejlesztése.	
Paraméteres másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek. Esetszétválasztások, divergens gondolkodás fejlesztése.	
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.	
Logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmusos egyenleteknél.	
Egyenletek ekvivalenciájával kapcsolatos ismeretek összegzése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, megoldóképlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet. Paraméteres egyenlet. Exponenciális egyenlet, egyenlőtlenség. Logaritmusos egyenletek és egyenlőtlenségek.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Trigonometria	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban. Pitagorasz-tétel. Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense. Vektorok. A szögfüggvények általánosítása. Szinusztétel, koszinusztétel, skaláris szorzat. Trigonometrikus függvények, egyenletek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata. A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Algebrai és geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak felfedezése más tudományterületeken is. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.	

Ismeretek és fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Bonyolultabb számítási feladatok hegyesszögek szögfüggvényeinek használatával síkban és térben.	<i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.
Pótszögek szögfüggvényei. Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°. (Megtanulandók.) 18°, 36°, 54°, 72°. (Kiszámolás az „aranyháromszögből”.) Hegyeszög egy tetszőleges szögfüggvényének értékéből a többi szögfüggvény pontos értékének kiszámolása.	
A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése: – a vektor fogalma, – vektorműveletek, – vektorfelbontás. A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.	
A szögfüggvények általános értelmezése. Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták. A szögfüggvények előjele a különböző síknyedekben. Szögfüggvények közötti összefüggések. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. A trigonometrikus függvények. A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás. A trigonometrikus függvények transzformáltjai, függvényvizsgálat.	<i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása. <i>Informatika:</i> grafikonok elkészítése számítógépes programmal.
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. Merőleges vektorok skaláris szorzata. Vektorok merőlegességének szükséges és elégséges feltétele. Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével.	<i>Fizika:</i> munka, elektromosság.
A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével. Szinusztétel. Koszinusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Általános háromszög adatainak meghatározása. Egyértelműség vizsgálata. Szög, távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is. Bizonyítási feladatok.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alakzatok adatainak meghatározása. <i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok. GPS-helymeghatározás.
Szögfüggvények közötti összefüggések. Addíciós tételek: – két szög összegének szögfüggvényei, – egy szög kétszeresének szögfüggvényei	
Trigonometrikus egyenletek. Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése. Trigonometrikus egyenlőtlenségek. Grafikus megoldás vagy egységkör alkalmazása.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó

Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata. Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.	időpillanatok meghatározása.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szögfüggvény. Skaláris szorzat, szinusztétel. koszinusztétel, addíciós tétel, trigonometrikus azonosság, egyenlet.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 9 óra
Előzetes tudás	Tételek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságai. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete. Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). A geometriai transzformációk átfogó ismerete, alkalmazása problémamegoldásban. Szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a művészetekben. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Nevezetes ponthalmazok rendszerezése. adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben; két térelemtől egyenlő távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben. Parabola. Egyenlőtávolsággal meghatározott ponthalmazok. Ponthalmazok a koordinátasíkon. Koordinátákkal megadott feltételek. <i>Matematikatörténet:</i> Descartes. Két vagy három feltételnek megfelelő ponthalmazok szerkesztése. Háromszög nevezetes vonalai. (Bizonyítások.) Háromszög beírt, körülírt, hozzáírt körei. Középvonalak. (Négyszögek középvonalai is.) Magasságok – magasságpont. Súlyvonalak – súlypont. Nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van – és fordítva.</p>		<p><i>Fizika:</i> parabolatükör. <i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p>
<p>Pitagorasz tétele és a tétel megfordításának bizonyítása. Pitagorasz tételének alkalmazása bizonyítási feladatokban. Mikor hegyesszögű, illetve tompaszögű a háromszög? <i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz.</p>		<p><i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.</p>
<p>Thalész tétele és a tétel megfordítása. Szerkesztési és bizonyítási feladatok. Körérintő szerkesztése. <i>Matematikatörténet:</i> Thalész.</p>		
<p>Kerületi és középponti szögek. Húrnégyszög. Érintőnégyyszög.</p>		
<p>Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági és hasonlósági transzformációk rendszerező ismételése: Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, forgatás, eltolás, identitás,</p>		<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p>

<p>középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai, hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok. A geometriai transzformációk tulajdonságai: fixpont, fix egyenes, fix sík, szögtartás, távolságtartás, irányítástartás. Szimmetrikus alakzatok, szimmetrián alapuló játékok. Geometriai transzformációk szorzata.</p>		
<p>Geometriai szélsőérték-feladatok. Háromszögbe írt minimális kerületű háromszög.</p>		<p><i>Földrajz:</i> minimális utak meghatározása.</p>
<p>Az egybevágóság fogalma. Alakzatok egybevágósága.</p>		
<p>Hasonló alakzatok. A sokszögek hasonlósága. Annak tudatosítása, hogy kicsinyítésnél, nagyításnál a lineáris méretek, a felszín és térfogat nem egyformán változik.</p>		<p><i>Fizika:</i> hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika. <i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor hasznos, hogy adott térfogathoz nagy felszín, illetve, amikor adott térfogathoz kis felszín tartozzon.</p>
<p>A párhuzamos szelők tétele (bizonyítás nélkül) és megfordítása, következmények. Szögfelező tétel. A párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szakasz arányos osztása.</p>		
<p>Arányossági tételek háromszögekben. A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása. Egyszerű szélsőérték-feladatok. Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele.</p>		<p><i>Vizuális kultúra:</i> festészet, építészet. <i>Ének-zene:</i> az aranymetszés megjelenése zenei művekben.</p>
<p>Kulcsfogalmak/fo galmak</p>	<p>Tételek, sokszög, Pitagorasz-tétel, Thalész-tétel, egybevágósági transzformáció. Vektor. Kerületi és középponti szög. Húrnégyszög. Érintőnégyyszög. Hasonlósági transzformáció, hasonló alakzat, számtani és mértani közép.</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>5. Koordinátageometria</p>	<p>Órakeret 6 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Koordináta-rendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása. Helyvektor. Műveletek koordinátáikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés. A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái. Két pont távolsága, a szakasz hossza. Az egyenes egyenlete. A kör egyenlete.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Szakasz felező és harmadolópontjának koordinátái. Elemi geometriai ismeretek alkalmazása, vektorok használata, koordináták számolása.		<i>Fizika:</i> alakzatok tömegközéppontja.
Az egyenes helyzetét jellemző adatok, az egyenes egyenletei, számítási feladatok Két egyenes szöge Skaláris szorzat használata.		<i>Fizika:</i> mérések értékelése. <i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
A kör egyenlete. Kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör egyenletének kapcsolata. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör érintőjének egyenlete. Két kör közös pontjainak meghatározása. Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. Szerkeszthetőségi kérdések.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
A parabola tengelyponti egyenlete. A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes. A parabola és a másodfokú függvény. Teljes négyzetté kiegészítés.		<i>Fizika:</i> geometriai optika, fényszóró, visszapillantó tükör.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező. Egyenes, kör, parabola egyenlete.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Statisztika, valószínűség	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. A valószínűség és a relatív gyakoriság fogalmának mélyítése, kapcsolatuk belátása. A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. Mit jelent a valószínűség – a nagy számok törvénye.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, kvartilisek, terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás Diagramok: boks-plot diagram Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.		<i>Földrajz:</i> időjárás, éghajlati és gazdasági statisztikák. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfel-dolgozás, információmegjelenítés.
Véletlen jelenségek megfigyelése. Kocka- és pénzérme-dobások – csoportmunka.		<i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.

<p>Esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Egyszerűbb események valószínűsége. Klasszikus valószínűségi modell. A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel.</p>	
<p>Eseményalgebra. Kapcsolat a halmazok és a logika műveleteivel. <i>Matematikatörténet:</i> George Boole.</p>	
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Szerencsejátékok elemzése. Klasszikus valószínűségi modell. Események összegének, szorzatának, komplementerének valószínűsége. Kizáró események, független események valószínűsége. Feltételes valószínűség. Mintavételre vonatkozó valószínűségek megoldása klasszikus modell alapján. Nagy számok törvénye. (Szemléletes tárgyalás képletek nélkül.) Geometriai valószínűség. <i>Matematikatörténet:</i> Pólya György, Rényi Alfréd.</p>	<p><i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Valószínűség. Valószínűség, kizáró esemény, független esemény.</p>

<p>A fejlesztés várt eredményei</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra. – Logikai műveletek és tulajdonságaik ismerete. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során. – Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Racionális és irracionális számok, a valós számok halmazának szemléletes fogalma, véges és végtelen tizedes törtek, számegegyenes alkalmazása. – Prímekre vonatkozó tételek, sejtések ismerete. – Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. – A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, gyökös egyenletek megoldása. – Első- és másodfokú, és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok megoldása. – Másodfokú függvényekre vezető szélsőérték-problémák megoldása. – Nevezetes közepek alkalmazása szélsőérték-problémák megoldásában. – A számológép használata – Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. – Logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. <p><i>Trigonometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták. – Két vektor skaláris szorzata. – Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete, alkalmazása. – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. – Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése. – Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
--	--

	<ul style="list-style-type: none"> – Vektor fogalmának, vektorműveleteknek az ismerete. Vektorfelbontás, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben. – Szögfüggvények általánosítása – Trigonometrikus függvények ismerete. – Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. <p>Geometria</p> <ul style="list-style-type: none"> – Nevezetes ponthalmazok rendszerezése, alkalmazása. – Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyyszögek tételei). – Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete. – Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása. – Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögei, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete, bizonyítása. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. – A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel bizonyítása, alkalmazása. <p>Koordináta-geometria</p> <ul style="list-style-type: none"> – Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében. – Vektorfelbontás, vektorok koordinátái. – Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). – A kör egyenletei. – A kúpszeletek definíciója, egyenleteik. <p>Valószínűség, statisztika</p> <ul style="list-style-type: none"> – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása. – Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben. – A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása. Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja. – Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.
--	---

12. évfolyam

Évi 60 óra, heti 2 óra

Ez a szakasz az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, és egyben kiteljesíti a kapcsolatokat a többi tantárggyal, valamint a mindennapi élet matematikaigényes elemeivel. A matematikatanulásban kialakult rendszeresség, problémamegoldó készség az élet legkülönbözőbb területein segíthet. Ezt célszerű tudatosítani a tanulóknban.

Ez a kerettantervi elem a matematika főiskolai-egyetemi tanulására való felkészítést célozza meg. A problémamegoldó készségen túl fontos az önálló rendszerezés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, az alkalmazási lehetőségek megtalálása, a kapcsolatok keresése különböző témakörök között.

Ebben az időszakban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, miközben sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható a tanulóktól többféle készség és ismeret együttes alkalmazása. Minden témában hangsúlyosan kell kitérnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára.

A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra. A korábbiaknál is nagyobb hangsúlyt kell fektetni a különböző gyakorlati problémák optimumát kereső feladatokra. Ezért az ilyen problémák elemi megoldását külön fejezetként iktatjuk be.

Az analízis témakörben a szemléletesség segíti a problémák átlátását, az egzaktság pedig a felsőfokú képzésre való készülést.

A rendszerező összefoglalás, túl azon, hogy az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, mintaként szolgálhat a későbbiekben is bármely területen végzett összegző munkához.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül ismétlésre és számonkérésre 8 órát terveztünk.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Sorozatok		Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Számítási sorozat, mértani sorozat fogalma, kamatos kamat, egyszerű alapösszefüggések.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben, matematikai problémában a sorozattal leírható mennyiségek észrevétele. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
<p>A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. Rekurzív sorozat n-edik elemének megadása. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.</p>		<p><i>Informatika:</i> algoritmusok.</p>	
<p>Számítási sorozat. A számítási sorozat n-edik tagja. A számítási sorozat első n tagjának összege. Bizonyítások Mértani sorozat. A mértani sorozat n-edik tagja. A mértani sorozat első n tagjának összege. Bizonyítások. Számítási feladatok számítási és a mértani sorozatokra. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. A számítási sorozat mint lineáris és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása. Gyakorlati alkalmazások – kamatos kamat számítása. Törlesztési feladatok. Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjárdék. Véges sorok összegzése. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> lineáris és exponenciális folyamatok. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hitel – adósság – eladósodás.</p>	
<p>Sorozatok konvergenciája. A határérték szemléletes és pontos definíciói. Műveletek konvergens sorozatokkal. Konvergens és divergens sorozatok. Konvergens sorozatok tulajdonságai. Torlódási pont. Konvergens sorozatnak egy határértéke van. Minden konvergens sorozat korlátos. Monoton és korlátos sorozat konvergens.</p>			
<p>Végtelen sorok. Végtelenen sor konvergenciája, összege. Végtelen mértani sor. Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása. További példák konvergens sorokra.</p>			
Kulcsfogalmak	Sorozat, számítási sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása	Órakeret 4 óra
Előzetes tudás	Nevezetes azonosságok ismerete. Közepes és sorrendjük ismerete két változóra. Másodfokú és trigonometrikus függvények ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása. A modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal. A szélsőérték-problémához illő megoldási mód kiválasztása. Gyakorlat optimális megoldások keresésében.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Azonos egyenlőtlenségek.</p> <p>Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek. (Többváltozós alak bizonyítása fokozatos közelítés módszerével.)</p> <p>Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek alkalmazása szélsőérték-feladatok megoldásában.</p> <p>Szélsőérték-feladatok megoldása függvénytulajdonságok segítségével. (Másodfokú és trigonometrikus függvényekkel.)</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szélsőérték hely, szélsőérték. Nevezetes közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, másodfokú függvények, négyzetgyökfüggvény, abszolútérték-függvény, exponenciális függvény, logaritmusfüggvény, fordított arányosság függvénye.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult függvények ismétlése, rendszerezése. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába. Logikus, pontos gondolkodás, fogalmazás fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Függvény fogalma.</p> <p>Rendszerező ismétlés.</p> <p>Értelmezési tartomány, értékészlet.</p> <p>A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése: zérushely, monotonitás, szélsőérték.</p> <p>Új fogalmak: periodicitás, paritás, korlátosság. (Pontos definíciók. Néhány esetben a tagadás megfogalmazása is: pl. egy függvény nem páros, ha...)</p> <p>Kapcsolat: logika elemei – bármely, van olyan, negáció.</p> <p>Hétköznapi állítások tagadása.</p> <p>Pontos fogalmazás.</p>		<p><i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> hétköznapi és szaknyelvi szóhasználat.</p>
<p>Lineáris függvények.</p> <p>Rendszerező ismétlés.</p> <p>Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban.</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.</p>
<p>Másodfokú függvények.</p> <p>Teljes négyzetté kiegészítés.</p> <p>Hatványfüggvények.</p>		

Negatív egész kitevőjű hatványfüggvények. Abszolútérték-függvény. (Több abszolút értéket tartalmazók is.) Egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény, Dirichlet-féle függvény. Függvények inverze. Gyökfüggvények.	
Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.	<i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.
Az exponenciális függvény. Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata.	
A logaritmusfüggvény. A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata. Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata. Inverz függvénykapcsolat.	
Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi. A transzformációk rendszerezése, transzformációs sorrend. $ f(x) $ ábrázolása. Adott tulajdonságú függvények konstruálása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, paritás. Függvénygrafikon, függvénytranszformáció.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Folytonosság, differenciálszámítás	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Függvények megadása, értelmezési tartomány, értékkészlet. Függvények jellemzése: zérushely, korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás. Sorozatok határértéke.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Megismerkedés a függvények vizsgálatának új módszerével. A függvény folytonossága és határértéke fogalmának megalapozása. A differenciálszámítás módszereinek használata a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. A matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is alkalmazások keresése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Függvény határértéke. A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések. Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke. A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata.		<i>Informatika:</i> a határérték számítógépes becslése. <i>Fizika:</i> felhasználás $\sin x$, illetve $\tan x$ közelítésére kis szög esetében.
A függvények folytonossága. Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai. (Bizonyítások nélkül, de ellenpéldákkal azokra az esetekre, ha az intervallum nem korlátos, nem zárt, illetve ha a függvény nem folytonos.)		<i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.
Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. A függvénygörbe érintőjének iránytangense. A pillanatnyi sebesség meghatározása.		<i>Fizika:</i> az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata. A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata. <i>Biológia-egészségtan:</i> populáció növekedésének

	átlagos sebessége.
<p>A differenciálhatóság fogalma. A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény. Példák nem differenciálható függvényekre is. Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között. Alapfüggvények deriváltja: Konstans függvény, x^n, trigonometrikus függvények deriváltja. Műveletek differenciálható függvényekkel. Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja. Inverz függvény deriváltja. Magasabbrendű deriváltak. <i>Matematikatörténet:</i> Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.</p>	<p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata.</p>
<p>A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata. – Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. – Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása.</p>	<p><i>Fizika:</i> fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.</p>
<p>Konvexitás vizsgálata deriválással. A konvexitás definíciója. Inflexiós pont. A második derivált és a konvexitás kapcsolata.</p>	
<p>Függvényvizsgálat differenciálszámítással. Összevetés az elemi módszerekkel.</p>	
<p>Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása. A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése.</p>	<p><i>Fizika:</i> Fermat-elv, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Integrálszámítás, térgeometria	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Folytonos függvények fogalma. Területszámítás elemei. Sorozatok, véges sorok. Differenciálási szabályok ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az integrálszámítás módszereivel találkozáskor a közelítő módszerek ismeretének bővítése. A függvény alatti terület alkalmazásai a matematika és a fizika több területén. Áttekinthető képet kialakítása a térgeometriáról, a felszín- és térfogatszámítás módszereiről.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A területszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből. A területszámítás módszereinek áttekintése. Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben. (Pl. geometriai bizonyításokban.)</p>		
<p>A térfogatszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb test térfogatának levezetése az alapelvekből. A térfogatszámítás áttekintése. A térfogatszámítás néhány új eleme.</p>		

<p>Térgeometria elemei. Tetraéderekre vonatkozó tételek. Szabályos testek.</p>	<p><i>Kémia:</i> kristályok. <i>Művészetek:</i> szimmetriák.</p>
<p>Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.</p>	
<p>Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel. A határozott integrál fogalma, jelölése. A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig. Példa nem integrálható függvényre is. Negatív függvény határozott integrálja. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása. Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére. <i>Matematikatörténet:</i> Bernhard Riemann.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes szoftver használata.</p>
<p>Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai.</p>	<p><i>Fizika:</i> A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség.</p>
<p>Az integrál mint a felső határ függvénye. Integrálfüggvény. Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja. Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között. A primitív függvény fogalma. A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál: – hatványfüggvény, polinomfüggvény, – trigonometrikus függvények, A Newton-Leibniz-tétel. Integrálási módszerek: Integrálás helyettesítéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Newton, Leibniz, Euler.</p>	
<p>Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra. Két függvénygörbe közötti terület meghatározása.</p>	<p><i>Fizika:</i> Potenciál, munkavégzés_elektromos, illetve gravitációs erőterben. Váltakozó áram munkája, effektív áram és feszültség. Newton munkássága.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel. Felszín, térfogat, forgástestek, csonkakúp, csonkakúp, gömb.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Rendszerező összefoglalás	Órakeret 12óra
Előzetes tudás	A 4 év matematika-tananyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. Felkészítés az emelt szintű érettségire: az önálló rendszerzés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségeinek kialakítása, alkalmazási lehetőségek megtalálása. Kapcsolatok keresése különböző témakörök között. Elemzőkészség, kreativitás fejlesztése. Felkészítés a felsőfokú oktatásra.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Az emelt szintű érettségi témakörök megbeszélése	
Emelt szintű érettségi feladatsorok megoldása	

A fejlesztés várt eredményei	<p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. – Függvénytranszformációk. – Exponenciális folyamatok matematikai modellje. – A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok. – Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése. – Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése. – A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával. <p>Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása.</p>
---	---